

加速度応答記録の高次微分による鋼構造物の損傷評価手法に関する研究

涌井将貴

(新潟工科大学工学部工学科・講師)

1. 研究の概要

近年、地震被災後の建築構造物における損傷度を迅速かつ定量的に評価することを目指し、構造ヘルスマonitoringや損傷検出に関する研究が数多く行われている。特に加速度計測器は小型で安価になっており、これらの利用は比較的容易になってきている。多くの構造ヘルスマonitoringシステムでは加速度記録を積分することにより変位を算出し、これを用いた健全性判断を行っている。もし、さらなる分析によって、変位のみならずその他各種の建物応答特性の物理量を容易に得ることができれば、構造損傷度の推定や被災後の判断に有益な情報となる。

そこで申請者らは、地震時に記録された絶対応答加速度の2階微分（以後、これをsnapと呼ぶ）が剛性変化に敏感であることに着目し、これによる非線形性検出手法を示してきた。この手法の特色は数式展開が容易である微分操作を用いているため、剛性変化量との対応を定式化でき、判定の閾値を定量的に示すことが可能な点にある。既報^{1), 2)}ではこの手法を数値解析や振動台実験で得られた応答加速度時刻歴に適用し、その精度について検証を行ってきた。ただし、これまでの議論では、対象を1自由度系とし、閾値の設定方法は、バイリニア型などの剛性が急激に変化することを前提としたものであった。

そこで本研究ではこれまでの研究成果を拡張し、緩やかに剛性が変化する復元力特性を有する場合、および多質点振動系を対象とする場合について、snapによる非線形性検出手法を定量化し、鉄骨造骨組への適用性を検証する。

2. 1 質点系における snap による非線形性検出手法

2.1 はじめに

ここでは既報¹⁾に従う1質点系におけるsnapによる非線形性検出の閾値、推定誤差、およびノイズの影響を基に緩やかに剛性が変化する場合の非線形性

検出手法を示す。第3章では、1質点系における理論を拡張し、多質点系を対象とした非線形性検出手法を提案する。

2.2 非線形性検出のための閾値と推定誤差

時間刻み Δt ごとに得られている、離散時間ステップ j における絶対応答加速度を a_j とすると、その時間ステップにおけるsnapは次式で計算される。

$$\ddot{a}_j = \frac{a_{j+1} - 2a_j + a_{j-1}}{\Delta t^2} \quad (1)$$

一方、運動方程式から

$$a_j = -\frac{1}{m} Q_j - \frac{c}{m} \dot{x}_j \quad (2)$$

であるため、これを2階の中央差分によって微分することにより次式が得られる。

$$\ddot{a}_j = -\underbrace{\frac{(k_{j+1} - k_j) \dot{x}_{j+1}}{m \Delta t}}_{\ddot{a}_{j, \text{term1}}} - \underbrace{\frac{k_j \dot{x}_j}{m}}_{\ddot{a}_{j, \text{term2}}} - \underbrace{\frac{c \ddot{x}_{j+1}}{m}}_{\ddot{a}_{j, \text{term3}}} \quad (3)$$

図1に示す荷重変形関係のように、緩やかに剛性低下が進行する復元力特性の場合には、図2のように時間ステップ j でのみ剛性変化が生じるのではなく、すべての時間ステップで少しずつ剛性変化が生じることになる。まず、(3)式第一項に着目して連続的な剛性変化を考慮すると次式が導出される。

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{j, \text{term1}} &= -\frac{(k_{j+1} - k_j) \dot{x}_{j+1}}{m \Delta t} = -\frac{1}{m} \frac{k_{j+1} - k_j}{x_{j+1} - x_j} \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta t} \dot{x}_{j+1} \\ &= -\frac{1}{m} k_{j+1}' \dot{x}_{j+1} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 k_{j+1}' は、ステップ j における荷重変形曲線 $Q(x_j)$ の変形に関する2階微分である。上式において、 k_{j+1}' と \dot{x}_{j+1} を検出すべき折れ曲がり点における瞬間剛性の微分 k_1' と応答速度 v_1 に置き換えて、非線形性検出のための閾値として定義する。

$$\ddot{a}_{\text{thres}} = -\frac{k_1' v_1^2}{m} = -\omega^2 \frac{k_1'}{k_0} v_1^2 \quad (5)$$

(5)式に現れる k_0 、および k_1' は荷重変形関係曲線の形状から定まる。また ω は、固有振動数であり次式で表される。

$$\omega = \sqrt{\frac{k_0}{m}} \quad (6)$$

閾値を定義した(5)式には、降伏時の応答速度 v_1 が含まれており、実際の計算にはこれを定める必要がある。ここでは図3に示すようにある塑性率 μ を超える塑性変形を検出することを目的に定めるものとし、これに応じて閾値を定めるものとする。降伏してから速度が反転するまでエネルギーが一定であると仮定すれば、 μ を用いて次式で推定できる。

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \int_0^{u_d} Q(x) dx \quad (7)$$

図1の $r_q = 1.0$ ，すなわち剛性が急激に変化したとすると(7)式は次式となる。

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \left[1 + \frac{1}{2} \alpha (\mu - 1) \right] \frac{(\mu - 1) Q_y^2}{k_0} \quad (8)$$

ここで、

$$v_1 = \frac{c_1}{\omega} \quad (9)$$

$$c_1 = C_0 g \sqrt{[2 + \alpha(\mu - 1)](\mu - 1)} \quad (r_k = \alpha - 1) \quad (10)$$

$$C_0 = \frac{Q_y}{mg} \quad (11)$$

g は重力加速度である。一方、(3)式の第二項、第三項は弾性振動時にも振動する値となり、非線形性検出の観点からは誤差要因となる。第二項を示すと次式のように表される。

$$\ddot{a}_{j, \text{term}2} = -\omega^2 \ddot{x}_j = -\omega^2 (\ddot{a}_j - \ddot{x}_{0j}) \quad (12)$$

このように第二項は地動加速度の影響が含まれる。ここでは、地動加速度を計測することなしにその影響を考慮するため、絶対応答加速度倍率 γ を想定し、これにより推定された地動加速度の影響を含めた上限を次式で推定する。これを推定誤差と定義し \ddot{a}_{error} と表す。

$$|\ddot{a}_{j, \text{term}2}| \leq \omega^2 \frac{Q_{\max}}{m} \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right) = C_{\max} g \omega^2 \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right) \equiv \ddot{a}_{\text{error}} \quad (13)$$

ここで Q_{\max} は振動中に想定される最大復元力、 C_{\max} は Q_{\max} を質量 m で除したものである。

第三項は減衰による影響である。同様に最大復元力 Q_{\max} で単振動していると考えれば、その上限は次式で推定される。

$$|\ddot{a}_{j, \text{term}3}| \leq 2h\omega \frac{Q_{\max}}{k_0} \omega^3 = 2h C_{\max} g \omega^2 \quad (14)$$

第三項は減衰定数が乗じられており、第二項と比較すると小さい。さらに、単振動を想定すると、第

二項と第三項は位相が90度程度ずれているため、それぞれの上限値の和を取ってしまうと過大評価となる。そこで第三項の効果は無視することとした。

また、計測された応答加速度に最大振幅 N_{\max} のホワイトノイズ N が加わったとすると、その2階微分の上限值 \ddot{a}_{noise} は次式で表される¹⁾。

$$\ddot{a}_{\text{noise}} \equiv |\ddot{N}| = \frac{4}{\Delta t^2} N_{\max} \quad (15)$$

推定誤差 \ddot{a}_{error} およびノイズ \ddot{a}_{noise} の計算のためには最大復元力および地動加速度、あるいはホワイトノイズがどの程度であることを予め知っておく必要がある。これらは非線形性判定には用いないが、本手法が適用可能かどうかの判定に用いる。いずれも大きめの値を想定しておけば安全側の評価となるが、大きすぎると過度に検出可能範囲を狭めてしまうため、振動系の復元力特性や地震動スペクトル、計測

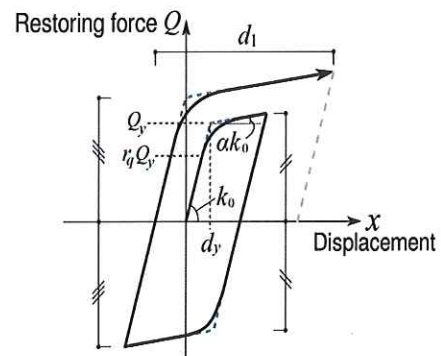


図1 対象とする荷重変形関係

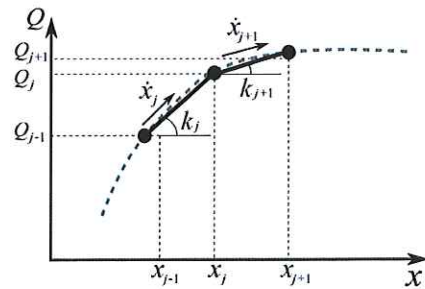


図2 離散データにおける剛性変化

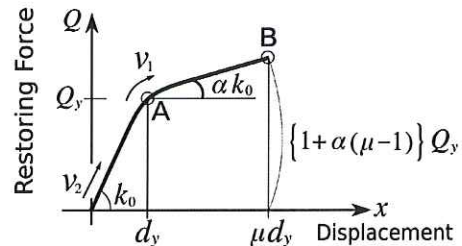


図3 閾値設定のためのパラメータ

機器のノイズ量などに応じた値を定める必要がある。

2.3 ノイズの低減方法

(15)式から明らかなように、ノイズを低減するためには時間刻みを大きくすればよい。本研究では、絶対応答加速度を微分する際に、加速度記録を間引く(decimation)ことで時間刻みを大きくする。以後の検討のなかでは具体的には以下の式で示すデジタルフィルタによって snap を計算している。

$$\bar{x}_j = \frac{x_{j+n} - 2x_j + x_{j-n}}{\Delta t^2} \quad (16)$$

このとき、 n は間引き係数であり、データを n 個ごとに間引くことを示している。ここで時間刻み Δt は計測データの時間刻みを n 倍にしたものであり、前述の計算式中の Δt にはこの値を用いる必要がある。

2.4 検出可能範囲

(5)式で示した閾値が、(13)式および(15)式で示した推定誤差および推定ノイズよりも大きければ、その閾値を用いて非線形性を検出可能であると考えられる。(5)式、(13)式および(15)式はそれぞれ次式のように書き換えることができる。

$$\frac{\bar{a}_{\text{thres}}}{\omega^2} = -\frac{k_1'}{k_0} v_1^2 \quad (17)$$

$$\frac{\bar{a}_{\text{error}}}{\omega^2} = C_{\text{max}} g \left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \quad (18)$$

$$\frac{\bar{a}_{\text{noise}}}{\omega^2} = \frac{4}{(\omega \Delta t)^2} N_{\text{max}} \quad (19)$$

なお、時間刻みをあまりに大きくしてしまうと、振動の性状を捉えることができない。そのため、1/4 周期において少なくとも3点は必要であると考え、以下の条件を課すこととしている¹⁾。

$$\omega \Delta t \leq \frac{\pi}{6} \quad (20)$$

3. 多質点系における snap による非線形性検出手法

3.1 snap の定式化

第 i 層から最上層である第 n 層まで足し合わせた慣性力を、 i 層の質量 m で除した値を i 層における絶対加速度の和 \bar{a} とする。離散時刻歴記録の第 j ステップでの絶対加速度を \bar{a}_j としたとき、図4に示すように、振動系の i 層が j ステップで降伏した場合、 \bar{a}_j の2階微分である snap \bar{a}_j は、

$$\bar{\bar{a}}_j = -\frac{(i k_{j+1} - i k_j) \dot{u}_{j+1}}{i m \Delta t} - \frac{i k_j}{i m} \ddot{u}_j - \frac{c}{i m} \dot{u}_j \quad (21)$$

と表される。このとき、 \dot{u}_j は層間加速度、 \ddot{u}_j は層間躍度、 k_j は層剛性、 Δt は計測時間刻みであり、1 質点系の場合と同様に考えることが可能となる。

3.2 snap による非線形性検出のための閾値

各層において、1 質点系と同様に降伏点を速度 v_1 で通過したときを検出したいとすれば、(21)式の第一項の層間速度 \dot{u}_{j+1} に v_1 を代入した値を閾値 \bar{a}_{thres} として用いる。

$$\bar{a}_{\text{thres}} \equiv -i p^2 \frac{k'}{k_0} i v_1^2 \quad (22)$$

ここで、 $i p$ は弾性時の層固有振動数として次式で示される。

$$i p = \sqrt{\frac{i k_0}{i m}} \quad (23)$$

3.3 検出可能範囲

1 質点系と同様に、検出可能範囲を決定するための閾値 \bar{a}_{thres} 、推定誤差 \bar{a}_{error} 、ノイズ \bar{a}_{noise} 、および振動特性の把握のために必要な時間刻みの上限値による条件をまとめて示すと次式となる。

$$\frac{\bar{a}_{\text{thres}}}{s \omega^2} \equiv -\left(\frac{i p}{s \omega}\right)^2 \frac{k'}{k_0} i v_1^2 \quad (24)$$

$$\frac{\bar{a}_{\text{error}}}{s \omega^2} \equiv i C_{\text{max}} g \quad \left(C_{\text{max}} = \frac{Q_{\text{max}}}{i m g}\right) \quad (25)$$

$$\frac{\bar{a}_{\text{noise}}}{s \omega^2} \equiv \frac{4}{(s \omega \Delta t)^2} i N_{\text{max}} \quad (26)$$

$$s \omega \Delta t \leq \frac{\pi}{6} \quad (27)$$

ここで、 $s \omega$ は振動系の s 次固有振動数、 $i C$ は i 層の降伏せん断力、 $i C_{\text{max}}$ は i 層の最大せん断力係数である。

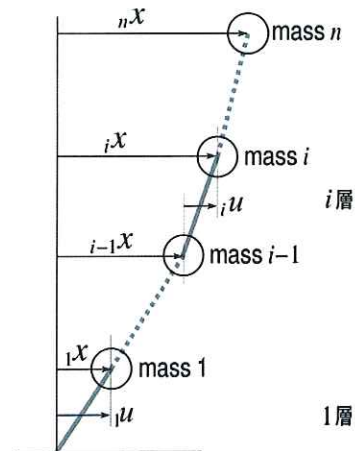


図4 多質点せん断系モデル

4. 1 層鉄骨造試験体の振動台実験結果への適用

4.1 実験概要

図5に試験体概要を示す。試験体は1層1スパン鉄骨平面骨組であり、柱、梁にはSN400Bのフラットバーを使用した。柱、梁は集中質量とボルトにより剛接合としている。梁と柱の幅はともに100mm、厚さは梁が10mm、柱は3mmとし、柱のみが塑性化する。絶対応答加速度を計測するために、加速度計を梁中央部および振動台上に設置し、レーザー変位計によって水平変位を計測した。また、柱、梁の端部両面にはひずみゲージを貼付け、鋼材の降伏状況を観察した。計測データはすべて1000Hzでサンプリングしている。

4.2 加振プログラムと対象とする計測データ

振動台実験には、本学が所有する3次元振動台を用い、1方向加振とした。入力地震動には、El Centro波のNS成分を用い、入力レベル50%~175%までを25%刻みで入力した。ここでは、入力倍率が175%の計測結果を対象とする。snapは梁中央に設置した加速度計で計測された加速度応答記録から求めた。

4.3 非線形性検出のためのパラメータ

非線形性検出に用いるパラメータを実験結果から得られた荷重変形関係に近似するように決定した。図6に近似した荷重変形関係を、表1に非線形検出のためのパラメータをそれぞれ示す。ノイズレベル N_{max} は、加振前1秒間の加速度応答記録の最大値としている。

図7には、得られたパラメータを用いて(17)~(20)式から算出した閾値、推定誤差およびノイズによる検出可能範囲と間引き係数 n との関係を図7に示す。 $\ddot{a}_{thres}/\omega^2$ が $\ddot{a}_{error}/\omega^2 + \ddot{a}_{noise}/\omega^2$ よりも大きくなっている白色の領域が検出可能範囲であり、灰色の領域は検出範囲外である。図7より、範囲内となる間引き係数 n は $n=4$ から $n=10$ であった。ここでは、 $n=5$ 、 10 、 15 の3種について検討する。なお、snapを算出する際は、加速度応答記録をデシメーションする前に、間引き後のナイキスト周波数によるローパスフィルタをかけている。

4.4 検証結果

計測記録から算出したsnap時刻歴波形と荷重変形関係を図8に示す。本図は計測開始15.5秒から17.5秒までの2.0秒間の結果を示したものであり、snap時刻歴波形における破線は(5)式で求めた閾値を、赤色の○のプロットはsnapが閾値を超えた時点を示し

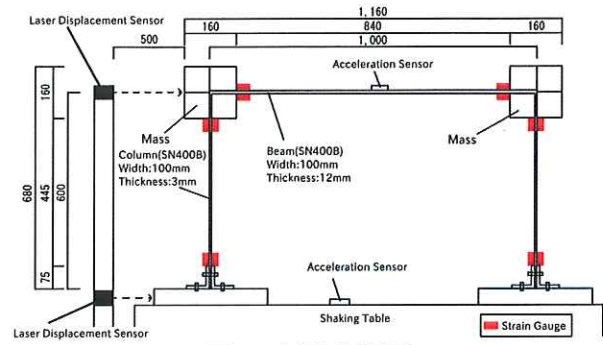


図5 試験体概要

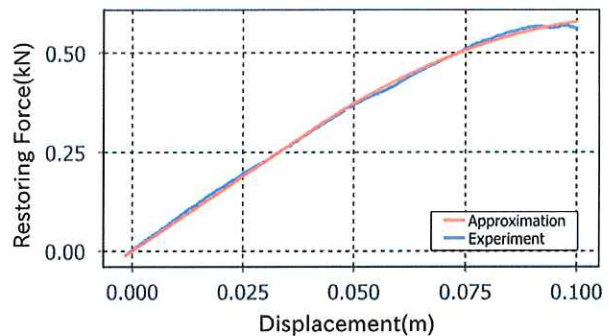


図6 荷重変形関係の近似

表1 非線形性検出のためのパラメータ

Parameter	Symbol	Used value
Story stiffness [kN/m]	k_0	7.55
Post-yield stiffness ratio	α	0.11
Amplification factor of the absolute response acceleration	γ	8.0
Starting point of stiffness changing	r_q	0.53
Ductility ratio to detect	μ	1.5
Yield Shear coefficient	C_0	0.91
Max Shear coefficient	C_{max}	1.1 C_0
Noise level [m/s ²]	N_{max}	0.01

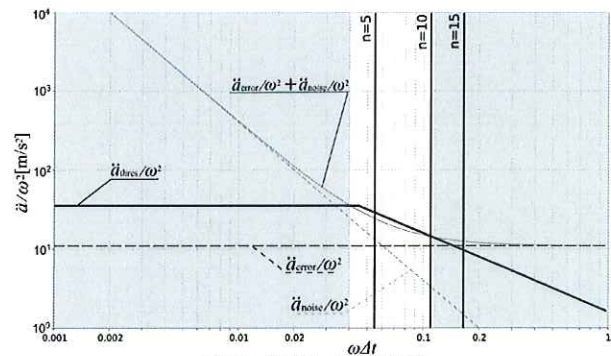


図7 検出可能範囲

ている。図の(a)~(c)は間引き係数が異なる。荷重変形関係の横軸は、2つのレーザー変位計から算出した

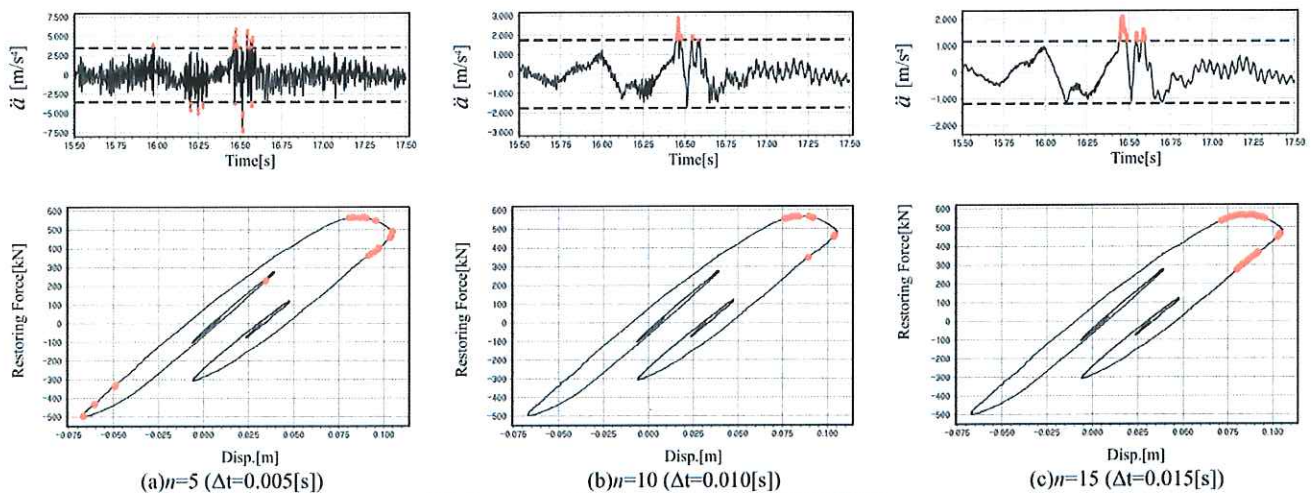


図8 snap時刻歴波形と荷重変形関係

相対変位であり、縦軸は集中質量と加速度応答記録の積によって算出した層せん断力である。

図8より、柱の塑性化によって荷重変形関係には剛性変化が生じている。間引き係数 n の値によらず、剛性が急変している時点において、snap の値は大きくなり、閾値を超えていることが観察できる。図8(a)では、(b)、(c)と比べてノイズの影響が大きいいため、snap 時刻歴波形において、高周波成分の影響が大きいことが確認できる。そのため、剛性が変化していない時点でも、snap の値が閾値を超えてしまう誤検出が多い。一方で、図8(c)においては、検出可能範囲よりも大きい間引き係数を選択しているため、高周波成分は除去できている一方、誤差項の影響が大きく、図8(b)と比較して誤検出が多くなっている。

理論上、図8(a)、(b)で選択した間引き係数 $n=5$ 、 10 のどちらの場合も、ノイズや誤差項は検出上の問題とはならないはずである。しかしながら、剛性が変化していない時点においても、snap の値が閾値を超えている時点が観察されている。これらの誤検出は、間引き係数が小さいことにより、試験体の損傷とは無関係の高周波成分を検知してしまっていること、あるいは想定した復元力を超えていることが原因として考えられる。以上のように、適切な間引き係数を選択することで、剛性急変を検出可能であるものの、誤検出の原因については今後も検討が必要である。

5. 鉄骨造2層骨組の振動台実験結果への適用

5.1 実験概要

文献3)で実施された鉄骨造2層骨組の地震応答に関する振動台実験結果への適用性を検証する。図9

に文献3)から引用した試験体概要を示す。試験体は、1層・2層の柱が□-125×125×12(STKR400)、1層の梁がH-150×75×5×7(SN400B)であり、2層の梁がH-150×60×6×8(SN400B)である2層1スパン骨組である。

5.2 加振プログラムと対象とする計測データ

入力地震動はJMA Kobe NSの入力倍率65%であり、8回目の加振で骨組が転倒防止フレームに衝突して3)。ここでは、Kobe65%1回目の計測結果を対象として適用性を検証する。snapを算出する際の加速度記録は、各層のおもりに設置されたサーボ型加速度計によって200Hzでサンプリングされた計

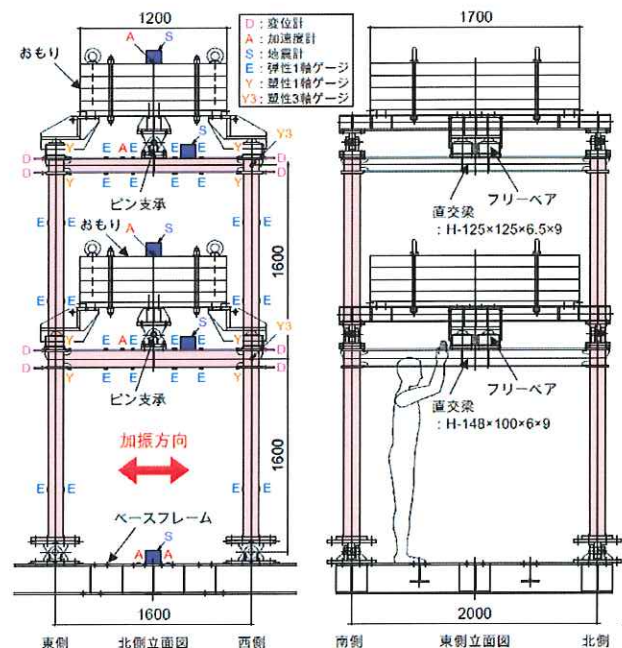


図9 試験体概要 (文献3)から引用)

測結果を用いた。一方、荷重変形関係は変位計とひずみゲージによって 100Hz でサンプリングされた計測結果から算出した。

5.3 非線形性検出のためのパラメータ

非線形性検出に用いるパラメータを実験結果から得られた荷重変形関係に近似するように決定した。図 10 に近似した荷重変形関係を、表 2 に非線形検出のためのパラメータをそれぞれ示す。得られたパラメータを用いて(24)~(27)式から算出した閾値、推定誤差およびノイズによる検出可能範囲と間引き係数 n との関係を図 11 に示す。 $\bar{a}_{i\text{thres}}/s\omega^2$ が $\bar{a}_{i\text{error}}/s\omega^2 + \bar{a}_{i\text{noise}}/s\omega^2$ よりも大きくなっている白色の領域が検出可能範囲であり、灰色の領域は検出範囲外である。図より、1層は検出可能範囲が存在し、範囲内となる間引き係数 n は $n=1$ から $n=7$ であった。一方、2層では閾値 $\bar{a}_{i\text{thres}}/s\omega^2$ が誤差項 $\bar{a}_{i\text{error}}/s\omega^2$ よりも大きくなる範囲が存在せず、間引き係数によらず、適用が不可能であった。そこで、1層のみを検出対象とし、 $n=6, 7, 9$ の3種について検討する。なお、snap を算出する際は、加速度応答記録をデシメーションする前に、間引き後のナイキスト周波数によるローパスフィルタをかけている。

5.4 検討結果

計測記録から算出した snap 時刻歴波形と荷重変形関係を図 12 に示す。本図は計測開始 9 秒後から 3.8 秒間の結果を示したものであり、snap 時刻歴波形における破線は(22)式で求めた閾値を、荷重変形関係における●のプロットは 0.01 秒刻みの計測記録をそれぞれ示している。また、■のプロットは snap が閾値を超えた時点を示している。

図 12(a)より、複数時点において snap が閾値を超えている時点が観察された。しかし、剛性変化が生じていない時点においても、snap が閾値を超える誤検出が確認された。理論上、 $n=6$ の場合、ノイズや誤差項は検出上の問題とはならないはずである。これらの誤検出は、間引き係数が小さいことにより、試験体の損傷とは無関係の高周波成分を検知してしまっているものと考えられる。一方、検出範囲の上限値に最も近い時間刻みである(b)の場合では、剛性が急変し、大きな塑性変形が生じた時点のみが検出された。検出可能範囲外である(c)では、時間刻みを大きくしすぎた結果、snap が閾値を超えている時点が観察されなかった。以上より、適切な間引き係数を選択することで、提案手法によって非線形性検出は可能であることを確認した。

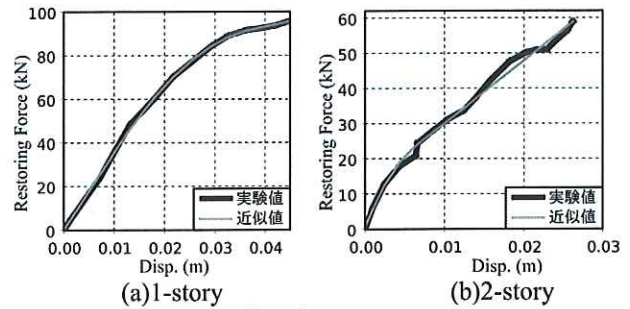


図 10 荷重変形関係の近似

表 2 非線形性検出のためのパラメータ

Parameter	Symbol	Used value	
		1-story	2-story
Story stiffness [kN/m]	k_0	3535	5014
Post-yield stiffness ratio	$i\alpha$	0.14	0.36
Starting point of stiffness changing	r_q	0.46	0.32
Ductility ratio to detect	μ^*		1.2
Yield Shear coefficient	iC	1.17	0.25
Max Shear coefficient	iC_{\max}	1.2 iC	3.0 iC
Noise level [m/s ²]	iN_{\max}	0.015	

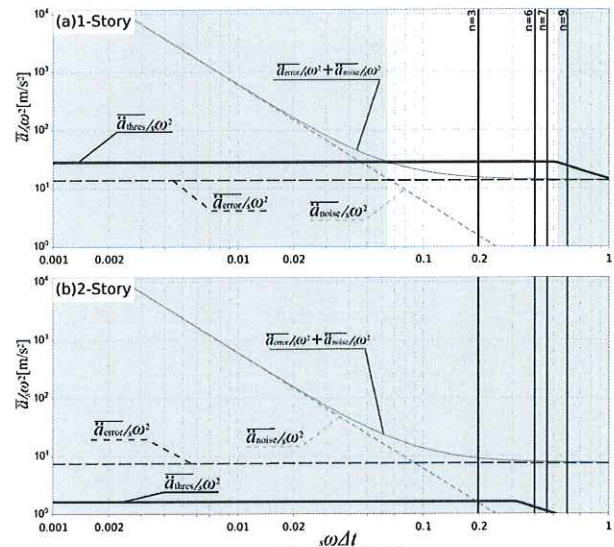


図 11 検出可能範囲

6. 6. 研究の成果と今後の課題

本研究では、これまでに提案してきた加速度応答記録の 2 階微分を用いた非線形性検出手法を、緩やかに剛性が変化する場合、および多質点系の場合を対象として理論構築を行った。さらに、振動台実験結果を用いて、その適用性を検証した。

検証した振動台実験は、鉄骨造 1 層 1 スパン骨組、および鉄骨造 2 層 1 スパン骨組の 2 つの振動台実験結果とした。どちらの実験結果において、適切

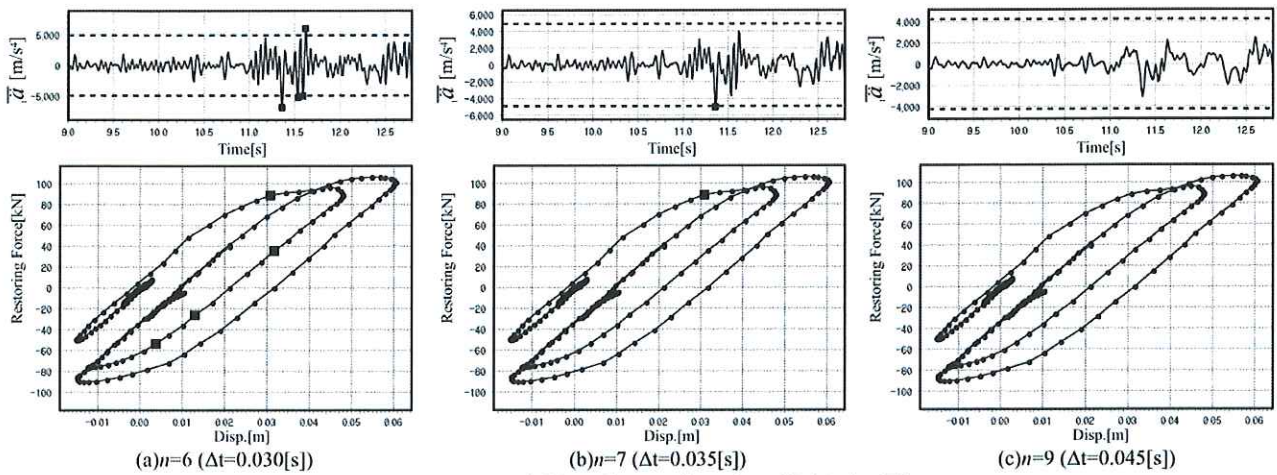


図 12 snap 時刻歴波形と荷重変形関係 (1 層)

な

間引き係数を選択することで、剛性変化を検出可能であることが確認された。すなわち、本研究で提案した手法によって、緩やかな剛性変化を有する多層骨組系においても、層レベルでの荷重変形関係上に生じる非線形性を検出することが可能であることを示した。しかし、理論的に導出した適用可能範囲内の間引き係数を選択した場合でも、剛性が変化していない時点で、snap の値が閾値を超えてしまうような誤検出が観察された。損傷に関係ない高周波成分の影響が原因として考えられるが、究明するには至っていない。

今後は、上記で述べた誤検出の原因究明や、より局所的な損傷箇所の同定方法、および非構造部材を含む骨組系の振動台実験結果への適用性検証に取り組む。

謝辞

本研究は、公益社団法人大畑財団の研究助成を受けて実施されたものです。ここに記して深甚なる謝意を表します。

参考文献

- 1) 涌井将貴, 伊山潤: 加速度 2 階微分による振動系の非線形性検出手法におけるノイズ低減処理と検出精度に関する基礎的考察, 日本建築学会構造系論文集, Vol.81, pp.1799-1808, 2016.11.
- 2) 涌井将貴, 伊山潤: snap による非線形性検出手法の閾値設定手法とその適用性検討 その 1~3, 日本建築学会関東支部研究報告集 88(I), 2018.3.
- 3) 伊山潤, 金城陽介, 長谷川隆, 廣嶋哲, 森田高市: 梁端破断を伴う鉄骨造 2 層骨組の地震応答に関する振動台実験 その 1~2, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 2019.9.