

オーゼティックを用いた自由曲面シェル構造の開発

関西学院大学建築学部建築学科准教授

荒木美香

1. はじめに

オーゼティックという幾何学を応用したメタマテリアルに注目が集まっている。オーゼティックとは、一方向に引張力を加えると、直交方向にも変形が拡大するという負のポアソン比をもつ性質の幾何学である（図 1.1）。オーゼティックは柔軟な変形特性をもつことから、自由曲面の形成が期待できる。医療分野や工業分野では実用化が進んでいるものの、建築分野での研究事例は少ない。

一方建築分野では、コンピューショナルデザインの普及により、意匠計画性及び構造合理性を追求した自由曲面シェルの実現事例が増加している。しかし一般的に非可展面である自由曲面は、その成形方法に課題がある。鉄骨の場合は船舶のぎょう鉄技術の応用や、鋳造の採用が考えられるが、技術的には高度でありコストがかかる。コンクリートの場合は、自由形状の型枠をいかに製造するかという課題に帰着する。このように構法・施工の観点から、自由曲面を簡易に成形する手法の開発が望まれる。

そこで本研究では、オーゼティックの幾何学を利用した自由曲面シェル構造を開発することを目的とする。近年申請者らは、金属薄板に正三角形のオーゼティック・パターンによる切り込みを施し、その面外方向に等分布荷重をかけることによって、自由形状の懸垂面を形成する設計手法を開発した（図 1.2,1.3）。切り込みの角度及び切り残し寸法が大きくなるほど軸剛性が高く懸垂後のサグが小さくなるという性質を応用して、平面状の金属薄板に切り込み角度の異なるパターンを施すことで、単純な放物面ではない、自由形状の曲面を成形するというものである。本研究はこの手法を発展させ、懸垂面を反転した建築屋根スケールのシェル構造の開発に取り組むものである。

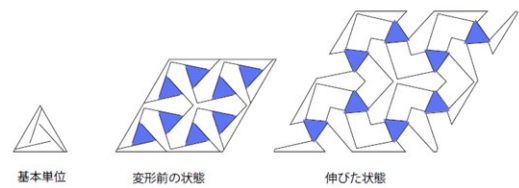


図 1.1 オーゼティック・パターンの変形過程



図 1.2 オーゼティック構造の自由懸垂曲面



図 1.3 モックアップによる検証

2. オーゼティック構造の機構についての検討

2.1 概要

著者らは文献^[1]で、ステンレス板に切り込みを施した材料について引張試験を実施し、切り込み角度が大きいほど剛性と最大荷重が大きくなり降伏後の伸びが小さくなることを指摘した。しかし、そのメカニズムの解明には至っていなかった。そこで、引張試験を再現するためのモデル化手法の提案を行い、弾塑性解析結果と実験結果とを比較することで、モデル化の妥当性を検証する。切り込み角度に加えて切り込みの交点に付ける R の有無をパラメータとして設定し力学的性状に与える影響を考察する。

2.2 材料引張試験

2.2.1 実験方法

図 2.1 に、本研究で扱うオーゼティック・パターンの切り込み角度と切り込みの交点の R の定義を示す。

切り込み角度と R による変形の様子と力学的性状への影響をとらえるため、図 2.2 に示す形状の板厚 1mm のステンレス鋼板(SUS304)を試験体として引張試験を行った。

切り込み角度は 0 度、5 度、10 度、15 度の 4 種類で、切り込みの交点には半径 20mm の R がないものとあるので比較を行う。R 無しのパターンの引張試験結果は既往実験^[1]の結果を参照した。各パターン、三箇所が破断するまで加力を行った。加力には島津万能試験機 UH-X500kN を用い、試験体の上下 90mm 部分を試験機でつかんで加力した。

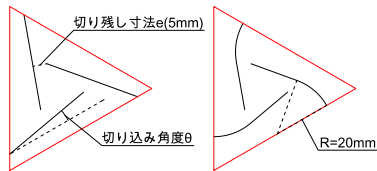


図 2.1 オーゼティック・パターンの定義

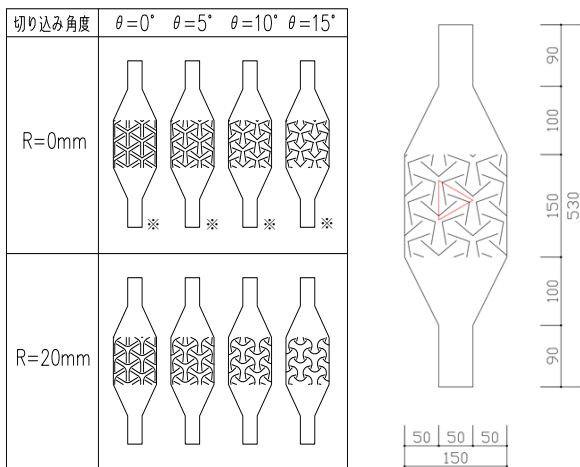


図 2.2 試験体寸法と試験体一覧
(※は既往研究^[1]の結果を参照)

2.2.2 実験結果

実験で得られた荷重変形関係と引張試験後の試験体の様子を図 2.3 に示す。切り込みに囲まれた三角形部分が回転することで幅方向にも拡大する様子が確認された。面外にも奥か手前に不規則に傾くことで、Y 字の端点が面外に座屈するような現象が見られた。

切り込みが開き始めるまでは弾性であり、開き始めると一度荷重が下がった。その後切り込みが開きながら荷重が上がり続け、破断点を迎えた。R の有無による差はほとんど見られなかった。これは、R の有無では座屈や塑性化に支配的な切り残り部分の形状がほとんど変化しないため、切り込みの開き始めや破断には大きな影響を与えなかったものと考えられる。

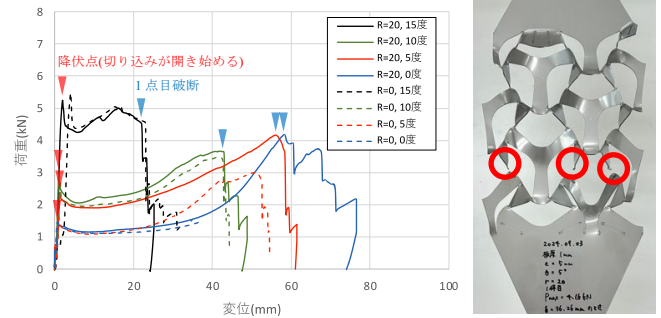


図 2.3 荷重-変形関係と試験体の破断箇所 ($\theta=5^\circ$, $R=20\text{mm}$)

2.3 解析

2.3.1 モデル化の手法

それぞれのオーゼティック・パターンから、Y 字の中心を通る線分と切り残しの中点を通る切り込みに平行な線分で構成される線材の解析モデルを作成した。

断面性能の決定手順を図 2.4 に示す。Y 字を構成する部材は 4 分割した各区間の平均の幅をその区間の幅 $w_1 \sim w_4$ とし、R による Y 字中心付近の面積の増加分 A は各区間の面積に足し合わせて幅を算出した。R による曲線部分は 4 分割し、分割点を繋いだ線分に置き換える。切り込みの先端から最も近い切り込みに下ろした垂線が変形時に塑性化する切り残り部分であると解釈し、Y 字先端の両側の線材はこの垂線との交点までを Y 字の最外区間と同じ断面とした。切り込み角度 0 度、15 度のオーゼティック・パターンと、解析用の線材モデルを図 2.5 に示す。いずれも実験と同様に板厚 1mm として断面性能を決定した。

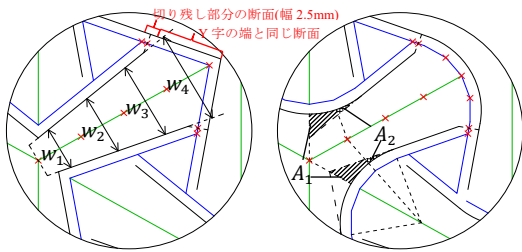


図 2.4 線材モデルの断面性能の決定

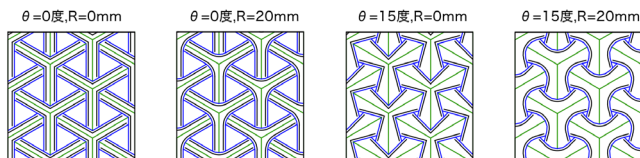


図 2.5 オーゼティック・パターンと解析モデル

2.3.2 解析方法

解析モデルの上下端を固定し、上部の支点到 10mm の強制変位を与え線形座屈解析を行い、得られた座屈モードを初期不整として与えた。初期不整のスケールは解析結果にはほとんど影響しなかったため面外方向の変位の絶対値の最大値が 1.5mm となるよう補正した。

初期不整を与えたモデルの上部に強制変位を 0.1mm ずつ与え材料非線形増分解析を行った。その際、各変位でモデル下部の支点的反力を集計し、荷重として算出した。

2.3.3 解析結果

増分解析によって得られた変位と荷重の関係を実験結果と比較したグラフを表 2.1 に示す。また、R=20mm のモデルの変形図を図 2.6 に示す。切り残し部分と Y 字中心に段階的に塑性ヒンジが現れ、切り込みが開くにつれて Y 字の先端が面外に座屈する様子が見られた。また、切り込み角度が大きいほど耐力が上昇する現象を示すことができた。一方、比例限荷重を比較するといずれも実験結果より高く検出されており、その後荷重が一度落ち込む挙動は検出できていない。

表 2.1 解析結果と引張試験結果の比較

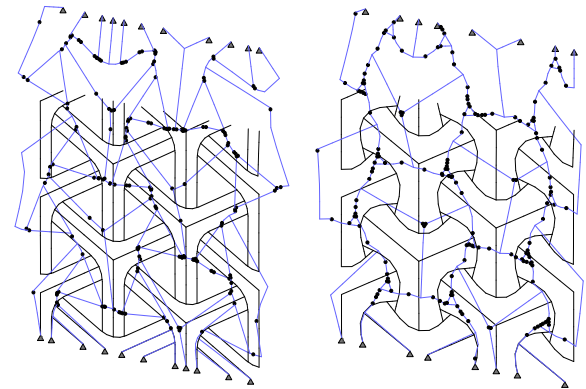
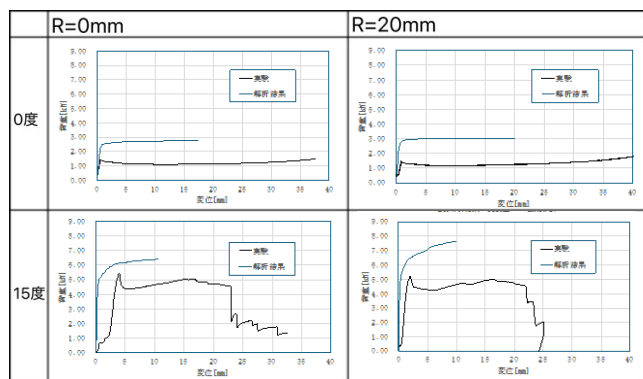


図 2.6 非線形増分解析結果 塑性ヒンジ図

(左) $\theta=0$ 度, $R=20$ mm (右) $\theta=15$ 度, $R=20$ mm

2.4 まとめ

オーゼティック・パターンについて、入隅部の R の有無による力学特性の差異はほとんど見られないことが、材料引張試験および解析結果から分かった。また引張試験を再現する解析手法について、切り込み角度が大きくなるほど耐力が高くなる傾向を追うことが出来た。一方課題として、本解析手法では比例限荷重を過大評価してしまうこと、比例限荷重に達した後に荷重が一度落ち込む挙動が検出できなかったことが挙げられる。実験で荷重が落ち込んだ要因として、塑性化による座屈や二次以上の座屈の影響が考えられる。座屈解析で得られた座屈モードは Y 字の頂点のうち、特定の頂点のみの面外変形が検出されているが、高次の座屈モードで検出されるその他の頂点の面外変形が全体の力学的挙動に影響している可能性があり、そのため解析における剛性や最大荷重が過大に評価されていると考えられる。初期不整として二次以上の座屈モードを反映することで解析精度の向上が期待できる。

3. シェルの成形及び座屈挙動についての構造実験

3.1 概要

オーゼティック・パターンを施したステンレス板の面外方向に荷重をかけて懸垂させ、懸垂時とは逆方向に加力することで、ドーム状のシェル構造へと発展させる可能性を検証する。圧縮系のシェル構造への適用となることから、ステンレス板の厚みを前章での 1mm から 3mm に増やして強度・剛性を高めることとした。

材料試験では、板厚 3mm の材料試験体について、前章と同様の引張試験に加え、引張の過程で圧縮方向へ荷重を転じる引張圧縮試験を実施した。懸垂試験では、面外方向に等分布荷重を加えるトーナメント方式の治具の検討を行い、これを用いて懸垂時の荷重変形曲線を得るための実験を行った。シェル圧縮試験では、懸垂させたシェルについて逆方向に加力する実験を行った。

3.2 材料試験

3.2.1 実験方法

本実験で使用する試験体図面（板厚 3mm、SUS304）を図 3.1 に示す。島津万能試験機 UH-X500kN を用い、試験体の上下 90mm 部分を試験機でつかんで加力した。

(1) 材料引張試験方法

材料引張試験では、破断するまで引張方向に加力し、試験機のヘッドの垂直変位と荷重を計測した。（図 3.2 左、3.3 左）。この試験は 2 体行った。

(2) 材料引張圧縮試験方法

引張力で変形した金属板の圧縮強度と剛性を得るために材料引張圧縮試験を行った。引張試験と同様の試験体のある変位まで引っ張った後、座屈するまで圧縮した（図 3.2 右、3.3 右）。試験体の上下には、圧縮力がかけられるように L-25×25×3、長さ 250mm のアルミアングルをボルトで固定した。引張から圧縮へ折り返す変位 d （以降「折り返し点」とする。）は、 $d=1, 10, 20, 30, 40, 50\text{mm}$ とし、各 1 体ずつ計 6 体実施した（試験体名を A, B, C, D, E, F とする。）。

3.2.2 実験結果

(1) 材料引張試験結果

荷重変形曲線を図 3.4 に示す。2 体の間に大きな差はなく、9kN あたりから切込み部分の面外への変形が始まり、1 体目は 10.4kN、2 体目は 10.9kN に到達すると荷重が落ちはじめた。そして一度荷重が低下した後緩やかに荷重が上がり続け、破断した。

(2) 材料引張圧縮試験結果

荷重変形曲線を図 3.5 に示す。各試験体は、引張力をかけて切込みが開いた後、圧縮すると閉じていく様子が確認された。試験体を引っ張った後、折り返し点で除荷するとほとんど一定の剛性で変形した。荷重がゼロに達した後圧縮すると、除荷剛性よりも小さい剛性で変形が進み、6 体とも面外に全体が座屈して荷重が低下した。

3.2.3 材料試験考察

引張試験では、前章と同じような挙動が確認された。2 体目の方が破断直前の最大荷重および変位が大きい結果となったが、面外へ変形する挙動はほとんど同じと言え、破断した場所は 3 カ所とも同じであった。

引張圧縮試験について、折り返し点と座屈荷重および剛性の関係について分析する（図 3.6）。座屈荷重については、弾性範囲で折り返した A が最大で、近似曲線を引くと $d=30\text{mm}$ 付近で極小点をとる。また、除荷剛性は弾性範囲で折り返した A 以外に関してほとんど差異はないが、圧縮剛性は $d=30\text{mm}$ 付近で極小点をとる。切込み部の面外変形が進むと軸剛性が下がり座屈荷重は低下するが、一定以上面外変形が増大してから圧縮すると曲げ剛性が増加した影響が支配的になり、座屈荷重が大きくなると考えられる。

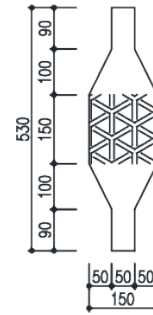


図 3.1 材料試験 試験体図面

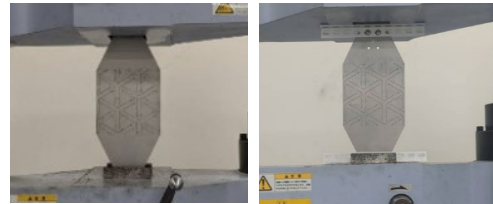


図 3.2 材料試験の試験体とセットアップ
(左：引張試験、右：引張圧縮試験)

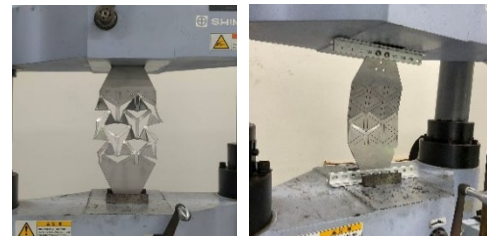


図 3.3 材料試験加力時の写真
(左：引張試験破断、右：引張圧縮試験座屈 A)

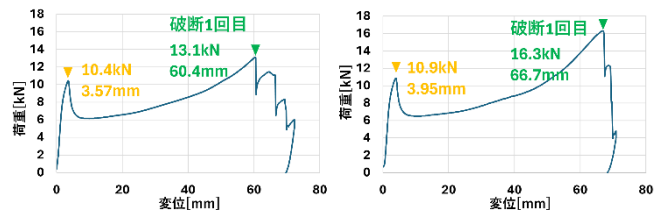


図 3.4 材料引張試験 荷重変形曲線
(左：1 体目、右：2 体目)

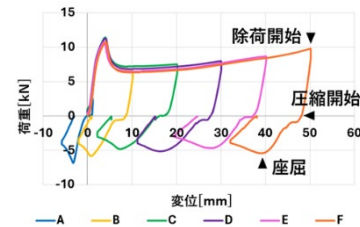


図 3.5 材料引張圧縮試験 荷重変形曲線

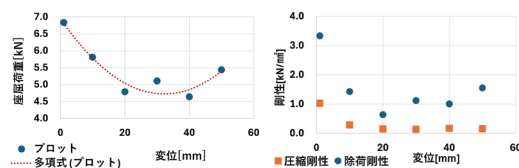


図 3.6 折り返し点と座屈荷重(左)および剛性(右)
(圧縮が正)

3.3 シェル懸垂・圧縮試験

3.3.1 実験方法

試験体図面（板厚 3mm、SUS304）を図 3.7 に示す。

(1) シェル懸垂試験方法

切込みが入った 600mm×600mm のステンレス板の面外に等分布荷重をかけてシェルを成形する試験を行った(図 3.8)。境界条件は四周を中ボルト M12 で固定する四辺固定とした。等分布荷重をかける方法として、一点の加力点から枝分かれさせて荷重を分散させるトーナメント方式を採用した(図 3.9)。微小変形を仮定したときに支点反力が均等になるよう、横架材を引っ張る分点を定める手法である。横架材には寸切りボルト、鉛直材にはアイボルトとアイナットを使用した。試験体の切込みの Y 字部分の中心 85 点に油圧ジャッキで鉛直上向きの荷重をかけ、試験体との接合部で高ナットにひずみゲージを取り付けて張力を測定し、荷重分布を調べた。またワイヤ式変位計により試験体中心部 3 点の変位を測定した。加力器具にかかる応力度が許容応力度に達した時点で除荷した。

(2) シェル圧縮試験方法

懸垂したシェルの頂部を圧縮する試験を行った（図 3.10）。万能試験機を使用して、試験体中央の直径 120mm の範囲を鉛直下向きに圧縮した。試験体の一部が試験機に触れる直前を最大荷重として除荷を行った。

3.3.2 実験結果

(1) シェル懸垂試験結果

懸垂時の荷重変形曲線を図 3.11 に、荷重分布を図 3.12 に示す。2 体ともに変位が 40mm 程度に達してから切込みが面外に変形し、剛性が低下した。その後ほとんど線形で変形が進行した。また、荷重分布は変形量が小さい外周部付近に大きな荷重が偏在する傾向にあった。

(2) シェル圧縮試験結果

圧縮時の荷重変形曲線を図 3.13 に示す。圧縮されて頂部が下がるとともに中腹は外側に膨らむ挙動をし、面外に大きく、非対称に変形するような座屈現象を伴って降伏荷重に達し、その後も荷重は緩やかに増加した。除荷時は切込みの面外変形はなく、ほとんど線形の挙動をした。

3.3.3 シェル懸垂・圧縮試験考察

懸垂試験で荷重が外周に偏在した原因は、大変形により中心部の治具鉛直材の伸びが抑えられ、相対的に外周部の治具鉛直材により大きな伸びが生じたことであると考えられる。トーナメント方式の治具を用いる場合は、大変形を考慮し、より均等に成形できるよう分点を定めるよう改良が必要である。また、圧縮試験は中央集中荷重によるものであったが、トーナメント方式の治具を利用するなど、等分布荷重での圧縮試験の実施も望まれる。

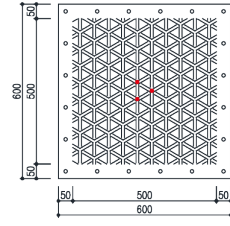


図 3.7 シェル試験体



図 3.8 シェル懸垂試験 1 体目写真
(左：懸垂前、右：最大荷重時)

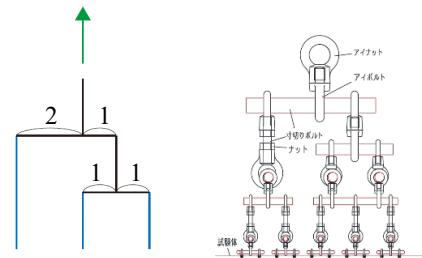


図 3.9 シェル懸垂試験加力治具

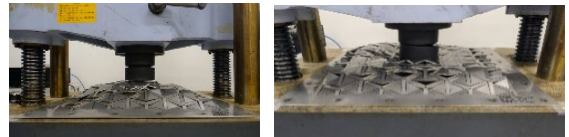


図 3.10 シェル圧縮試験 1 体目写真
(左：圧縮前、右：最大荷重時)

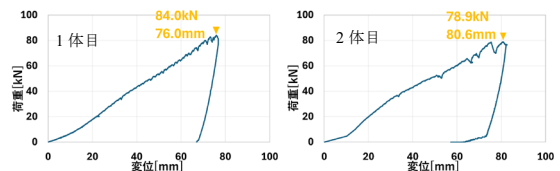


図 3.11 シェル懸垂試験 荷重変形曲線

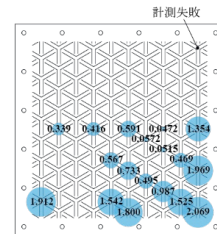


図 3.12 シェル懸垂試験 荷重分布 [kN]

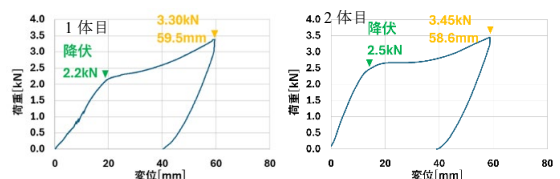


図 3.13 シェル圧縮試験 荷重変形曲線

4. シェルの成形及び座屈挙動に対する構造解析手法

4.1 概要

3章の実験結果をふまえて、材料試験の結果を反映したオーゼティック金属板の大変形解析及び座屈解析手法を構成し、それぞれシェル懸垂試験及びシェル圧縮試験と比較考察した。

4.2 シェル懸垂の大変形解析

4.2.1 オーゼティック金属板の線材メッシュ置換

オーゼティック金属板を図4.1のように正三角形の線材メッシュに置換する。

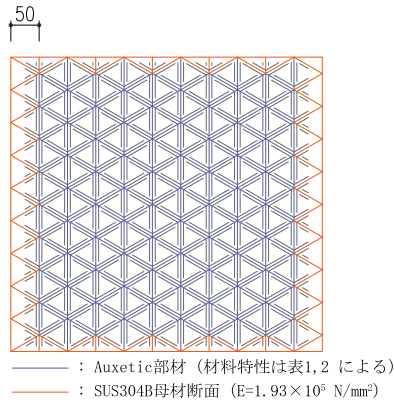


図 4.1 シェル試験体解析モデル略図

線材のヤング率は材料試験の結果を反映し、式(1)のように求める。

$$\begin{aligned} \sigma &= P/A, \quad \epsilon = \delta/L \quad (A = 150\text{mm}^2, L = 150\text{mm}) \\ E &= \Delta\sigma/\Delta\epsilon \end{aligned} \quad (1)$$

線材の剛性に関する有効幅は、図4.2に示すような等二軸引張状態の板の構成方程式と、置換した線材の軸力及び線材の軸方向に関する構成即を連立して解くことにより、式(2)のように求められる。また、降伏強度はポアソン比 ν によらないので、二軸引張を受ける板の降伏時の単位長さあたりの軸力と対応する線材モデルの降伏軸力とを連立させて解くことで、降伏強度に関する線材の有効幅 b_s はメッシュの間隔 a を用いて式(3)のように求まる。

$$b_s = \frac{2}{3(1-\nu)} a = 30.3\text{mm} \quad (\nu = -0.1) \quad (2)$$

$$b_y = \frac{2}{3} a = 33.3\text{mm} \quad (3)$$

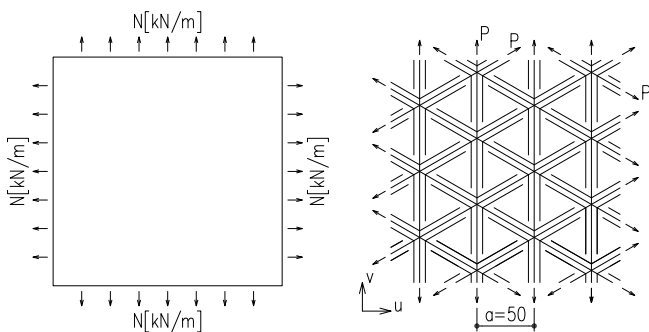


図 4.2 等二軸引張状態の板

4.2.2 懸垂時の分布荷重の再現

実験で荷重を測定した懸垂時の荷重分布より、試験体の重心から計測点までの距離と荷重の相関を分析する。図4.3に示す2次の回帰曲線を求め、懸垂用の解析モデルの各節点の節点荷重を図4.4のように与える。

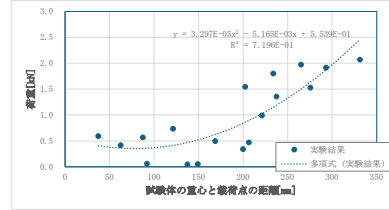


図 4.3 試験体の重心から計測点までの距離と荷重の相関

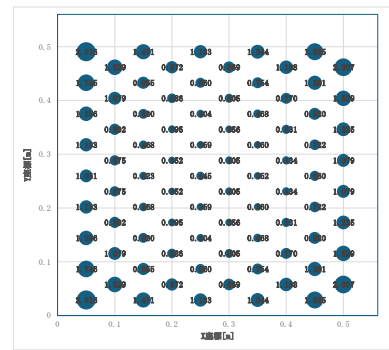


図 4.4 解析モデルの節点荷重のプロット (単位:kN)

4.2.3 幾何学的非線形荷重増分解析

外周を固定支持の支点、図4.4に示した節点荷重を基準荷重 P_0 とし、荷重増分幾何学的非線形解析によりシェルを成形する。解析の諸元は表4.1に示す。荷重増分解析の過程で、引張応力度が降伏点に到達した線材のヤング率を二次剛性(E2)に低減する。さらに、懸垂後の軸ひずみ量に応じて、材料引張圧縮試験における除荷時の荷重変形曲線を直線近似して得られるヤング率(E3)を用いて、除荷の幾何学的非線形解析を行う(表4.2)。

表 4.1 懸垂時解析諸元

荷重増分	$P_0/200$
一次剛性 E1[N/mm ²]	1.52×10^3
二次剛性 E2[N/mm ²]	5.09×10^1
降伏応力度[N/mm ²]	8.951

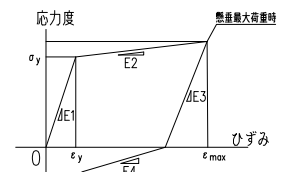


図 4.5 線材の応力度-歪関係

表 4.2 除荷時・圧縮時解析諸元

懸垂時軸ひずみ	対応する試験体名	除荷剛性 E3[N/mm ²]	圧縮剛性 E4[N/mm ²]
6.67×10^{-3}	A	3.33×10^3	1.03×10^3
6.67×10^{-2}	B	1.42×10^3	2.90×10^2
1.33×10^{-1}	C	6.34×10^2	1.48×10^2
2.00×10^{-1}	D	1.12×10^3	1.39×10^2
2.67×10^{-1}	E	1.00×10^3	1.65×10^2
3.33×10^{-1}	F	1.55×10^3	1.54×10^2

図 4.6 に示すように、解析によって得られた荷重変形曲線は実験値とよく一致しており、提案する非線形荷重増分解析手法の有効性が確認された。

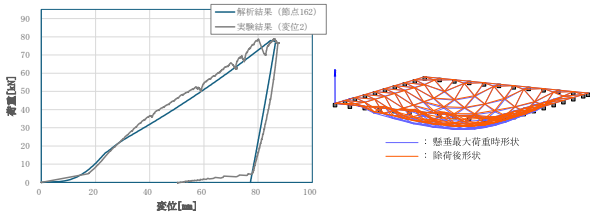


図 4.6 懸垂・除荷解析結果

4.3 シェル圧縮の座屈解析

懸垂後の解析モデルの頂部に荷重を与え、線形座屈解析を行う。圧縮部材について、圧縮剛性 E_4 は懸垂時の軸ひずみ量に応じ、材料引張圧縮試験の結果から設定し (表 4.2)、中央 3 点に単位強制変位を与えて線形座屈解析を行う。頂部集中荷重に対する応力分布は不均一になるため (図 4.7 左)、線材の有効幅は等二軸引張状態の板の構成方程式から求まる値 (図 4.2, 式(2)) と図 4.7 右に示す純せん断状態の板の構成方程式から求まる有効幅 (式(4)) それぞれに対する解析を行い比較したところ、線材の有効幅として純せん断の板の構成方程式から求まる値を採用した方が実験値に近い剛性が得られた (図 4.8 左)。これは頂部集中荷重に対して、経線方向に圧縮、緯線方向に引張の主応力が生じるような応力状態になっているためであると考察される (図 4.7 左)。線形座屈荷重は、シェル試験体の降伏荷重よりも約 13% 大きな値となったが、これは、主に座屈前変形に起因するものであると予想され、今後非線形座屈解析などによる詳細な検討が望まれる。

$$b_s = \frac{4}{3(1+\nu)} a = 74.0\text{mm} (\nu = -0.1) \quad (4)$$

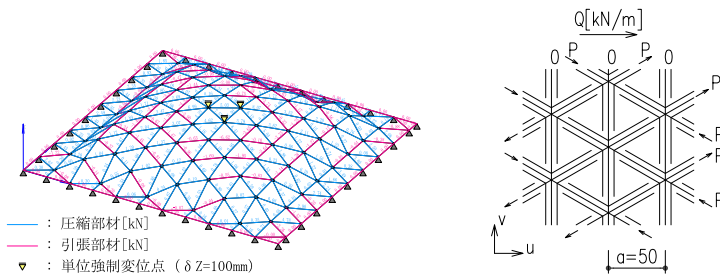


図 4.7 軸力図／純せん断状態の板

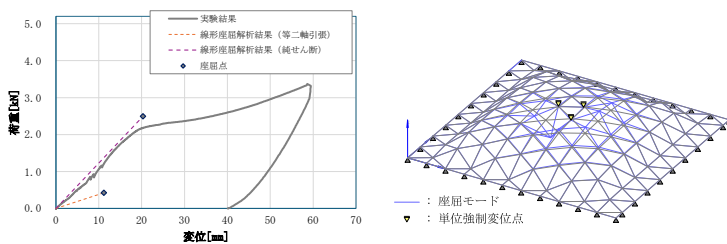


図 4.8 線形座屈解析結果

4.4 まとめ

本章では、オーゼティック金属板を正三角形線材メッシュによる構造解析モデルに置換し、材料試験の結果を反映したシェル懸垂の大変形解析及び成形された集中荷重によりシェル頂部を圧縮する座屈解析を行った。シェル懸垂の大変形解析は、実験値とよく一致する解析結果が得られた。圧縮集中荷重下では、分布荷重による懸垂時と比べてシェルの応力分布が不均一になるが、線材の有効幅を適切に設定することで有効な精度の解析結果が得られる可能性を示した。

5. 結

本研究は一律の切り込みパターンのオーゼティック金属板を対象に検証を行ったが、パターンと力学的特性との関係を明らかにすることで、自由曲面シェルの形態創生手法への展開が期待される。実際の建築物へ応用するには、仕上げ材料の選定や接合方法の検討を行うこと、建築スケールでの構造計算を行うことなどが今後の課題である。そのためには、オーゼティック金属板の二軸引張試験を行い、ポアソン比についての分析を行うことで、解析の妥当性及び精度の向上が望まれる。

参考文献

[1] Hiroataka UJIOKA et al.: Morphogenesis method for thin metal plate with non-uniform stiffness distribution by applying auxetic mechanism, Proceedings of the IASS Annual Symposium 2023 Integration of Design and Fabrication, 2023