

大型鋼構造物の製造プロセスに援用する溶接シミュレーションの 簡易化・高速化手法の提案

大阪大学 大学院工学研究科
地球総合工学専攻 准教授
廣畑幹人

1. はじめに

鋼構造部材の組立には溶接が多用されるが、溶接では局所的な入熱による部材内の温度差に起因して変形と残留応力が不可避免的に生じる。溶接変形は部材の製作、組立精度に影響を及ぼすとともに、初期たわみとして部材の圧縮強度を低下させる原因となることが知られている[1, 2]。また、製作精度の許容値を越える変形は矯正する必要があり、部材製作の工期およびコストにも影響を及ぼす。一方、溶接残留応力については、溶接入熱による膨張および冷却過程における収縮を周辺の母材部が拘束することで、溶接部近傍に高い引張応力が生じ、この引張応力につり合うように離れた位置に圧縮応力が生じるメカニズムが一般に知られている[3]。溶接部近傍の引張残留応力は疲労強度に影響を及ぼし、母材部の圧縮残留応力は部材の圧縮強度に影響を及ぼすため、部材の耐疲労、耐荷性能を評価するうえで残留応力を適切に考慮することが重要である[4, 5]。

溶接変形を事前に予測することができれば、接合前の部材に対し溶接変形と逆傾向の変形を付与しておき、溶接後に部材の平坦度を確保する方法（逆ひずみ法）の精度向上が可能となる。また、残留応力の予測は部材の耐疲労、耐荷性能の評価精度の向上に繋がる。すなわち、鋼構造部材の製作、組立、強度評価の観点から、溶接変形および残留応力の予測を実現することは有用と言える。

溶接変形および残留応力を予測する方法として、有限要素法に基づく熱弾塑性解析によるシミュレーションが活用されている。熱弾塑性解析による溶接のシミュレーションでは、溶接による温度履歴を再現するための非定常熱伝導解析と、熱膨張、収縮に伴う変位からひずみ、応力を求める熱弾塑性応力解析を行う。室温から鋼材の融点まで幅広く変化する温度域に対し、温度依存性を考慮した物性値を用いて計算する。高温では鋼材の弾性係数および降伏応力が低くなるため、降伏条件を満足するように細かい時間増分を与え収束計算を実施する[6]。また、溶

接金属や開先の形状を考慮するため、三次元ソリッド要素を使用するのが一般的である。溶接面外変形の生成要因となる板厚方向の温度勾配を再現するため、薄板を対象とする場合でも板厚方向に細かいメッシュ分割を行う必要がある。さらに、溶接進行方向にも細かいメッシュ分割が必要であり、逐次形成される溶接金属を移動熱源として取り扱うため計算ステップが膨大となる[7]。比較的小規模の鋼構造部材の溶接をシミュレーションする場合でも長時間を要するため、計算時間短縮を目的とした種々の解決手段が提案されている[8-10]。

これに対し著者らは、溶接シミュレーションの簡易化、高速化を目的とし、ソリッド要素ではなくシェル要素を適用する方法に注目した。ソリッド要素では板厚方向に複層のメッシュ分割を行うことで節点数、要素数が増加するが、シェル要素ではこの点が解決される。また、既往の鋼構造部材の圧縮挙動解析では、初期たわみと残留応力を独立に導入しようとする不釣り合いが生じる問題が指摘されており、その解決方法が提案されている[11]。シェル要素を用いた溶接シミュレーションにより溶接変形および残留応力を求め、これらを初期不整として部材の圧縮挙動解析を連続して実施することで、精度良く耐荷性能を評価することができる期待される[12]。

これまでに、突合せ溶接を対象として、シェル要素でも開先形状による板厚方向の温度勾配を考慮できる入熱モデルを提案し、従来のソリッド要素を用いた場合と同等の精度で溶接変形と残留応力を再現できることを確認した。また、この方法により、ソリッド要素を用いた場合に比べ、シェル要素を用いることで計算時間を約 90 %短縮できることを示した[13, 14]。

本研究では、突合せ溶接に限らずこの方法を補剛板など種々の鋼構造部材に用いられるすみ肉溶接にも拡大することを念頭に、すみ肉溶接で生じる変形、残留応力の解析にシェル要素を適用するための方法を検討した[15]。実験および従来のソリッド要素を

用いた場合との比較により、シェル要素を用いた場合の溶接変形、残留応力の再現精度を検証するとともに、計算時間の短縮効果を明らかにした。さらに、本手法の適用範囲を明確にするため、シェル要素を用いた変形および残留応力の解析精度に及ぼす板厚の影響を検討した。

2. すみ肉溶接による変形および残留応力の測定

2.1 実験供試体

本研究で提示する解析方法の妥当性を検証するための実験結果を得るため、すみ肉溶接による変形および残留応力の測定実験を実施する。なお、測定結果については後述の解析結果とまとめて比較するため、ここでは主に測定実験の条件について説明する。

実験に用いた供試体の形状、寸法、座標系および溶接順序を図1に示す。板厚9mmあるいは12mm、幅および長さ250mmの鋼板の中央に、鋼板と同じ厚さ(9mmあるいは12mm)、高さ80mm、長さ250mmの補剛材を片側1パス、計2パスですみ肉溶接した。供試鋼材はSM400Aであり、機械的性質(ミルシート値)および化学組成を表1に示す。供試体の数は板厚9mm、12mmともに3体ずつである。

本供試体では、すみ肉溶接を行う前に補剛材を固定するため、図1に示す片側2箇所、全4箇所を組立溶接している。なお、組立溶接による残留応力を除去するために応力除去焼鈍を施した。まずPASS1を溶接し、供試体の温度が50℃以下になったことを確認した後、PASS2を溶接した。溶接方法は炭酸ガスアーク溶接、使用した溶接ワイヤはJIS Z 3312 YGW12、直径1.2mmである。溶接ワイヤの機械的性質(カタログ値)および化学組成を表1に示す。板厚9mmの場合、溶接速度はPASS1で6.6(mm/s)、PASS2で6.4(mm/s)である。また、溶接条件はPASS1、2ともに電流25(A)、電圧250(V)である。板厚12mmの場合では、溶接速度はPASS1で5.1(mm/s)、PASS2で5.0(mm/s)である。また、溶接条件はPASS1、2ともに電流26(A)、電圧260(V)である。

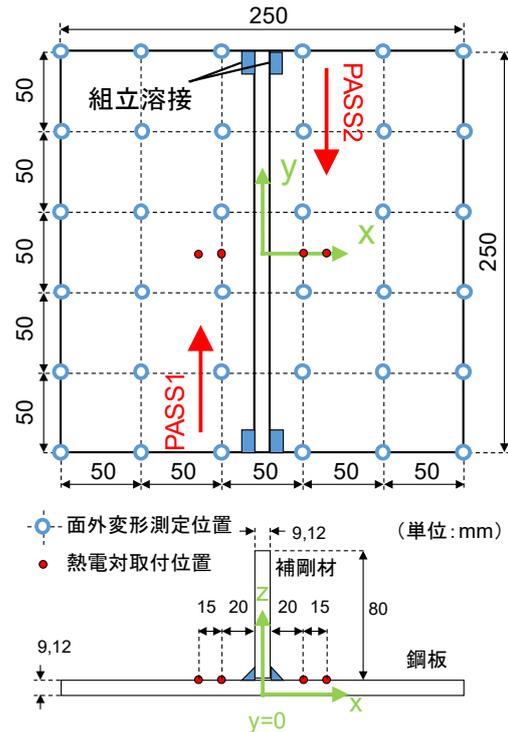


図1 実験供試体

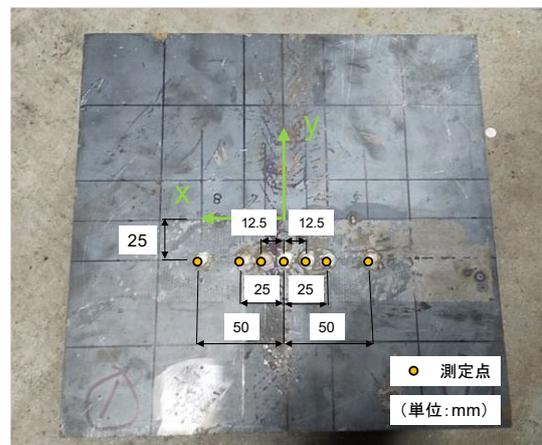


図2 残留応力測定点

表1 機械的性質および化学組成

	機械的性質			化学組成				
	降伏応力	引張強度	伸び	C	Si	Mn	P	S
	MPa	MPa	%	wt%				
鋼板	355	463	30	0.15	0.16	0.60	0.021	0.008
溶接ワイヤ*	390	490~670	18	0.02~ 0.15	0.50~ 1.00	1.25~ 2.00	0.030 以下	0.030 以下

*カタログ値

2.2 温度測定

図1に示すように供試体の溶接線方向中央部 ($y=0$ (mm)) において鋼板の表面 ($z=9$ (mm)) あるいは $z=12$ (mm)) に熱電対を取り付け、溶接中の温度履歴を測定した。

2.3 溶接面外変形の測定

溶接面外変形の測定はダイヤルゲージを用いて行った。測定位置は図1に示すように、溶接線方向6箇所 ($y= \pm 25, \pm 75, \pm 125$ (mm)) ×溶接線直交方向6箇所 ($x= \pm 25, \pm 75, \pm 125$ (mm)) の計36箇所で行った。

2.4 残留応力の測定

X線回折装置 (パルステック工業社製, μ -X360s) を用いて、溶接残留応力の測定を実施した。補剛材を接合した面では測定装置と補剛材が干渉し溶接部近傍の応力が測定できないため、図2に示すように補剛材のない面 ($z=0$ (mm)) において溶接線直交 (x) 方向および溶接線 (y) 方向の応力成分を測定した。測定は $y=-25$ (mm) の断面で、 $x=0, \pm 12.5, \pm 25, \pm 50$ (mm) の7点で実施した。

3. ソリッド要素によるシミュレーションモデル

3.1 解析モデルの形状およびメッシュ分割

本研究では、汎用有限要素解析ソフト Abaqus Ver. 6.14 の温度-変位連成機能を用いて熱弾塑性解析を実施した。まず、すみ肉溶接のビード形状を考慮できる3次元ソリッド要素 (8節点低減積分ソリッド要素) を用いて、実験供試体をモデル化した (以下、ソリッドモデルと称す)。ソリッドモデルを用いた解析による実験結果の再現精度および計算時間を明確にし、後述するシェル要素を用いたモデル (以下、シェルモデルと称す) との比較を行う。

ソリッドモデルの概形を図3に示す。板厚9mm, 12mmのいずれの場合も、板厚方向のメッシュ分割数は4層とした。溶接線方向メッシュサイズは12.5mmであるが、メッシュ分割をより細かくしたモデルを用いた場合でも、解析結果にほとんど差がなかったことを確認し、図3に示す程度のメッシュ分割で妥当であると判断した。節点数および要素数は図3に示すとおりである。

供試体の鋼板と補剛材の境界には僅かに空間 (ギャップ) が存在する。ソリッドモデルではこのギャップ幅を0.1mmとし、鋼板表面と補剛材の下面には接触条件を考慮している。

3.2 材料定数および境界条件

熱弾塑性解析では、室温から熔融温度までの広範な温度変化に伴い連続的に変化する鋼材の特性を考慮する必要がある。したがって本研究では、既往の

研究[16, 17]を参照し、図4, 図5, 図6に示す温度依存型の物理定数、機械的性質および応力-ひずみ関係を導入した。

力学的境界条件としてモデルの剛体変位のみ拘束し、熱的境界条件として表面から空気中への熱伝達を考慮した。ただし、実験では鋼製の台上で溶接を実施したことを考慮し、モデル底面のみ熱伝達係数を調整した。鋼台への熱伝達係数は、実験で得られた温度履歴を再現できるよう解析を試行し、最終的に空気中への熱伝達係数を一律に2倍した値とした。

3.3 入熱条件

供試体の溶接ビードの平均的な形状および寸法を基本として、ソリッドモデルの入熱要素の断面形状は図3に示すように脚長5mmの直角三角形とした。一様な物体熱流束による入熱を投与するとともに、入熱要素を順次変更し熱源の移動を再現した。また、要素生成機能を用いることで熱源の移動とともに余盛部の溶接金属に相当する要素を逐次生成した。

入熱量は溶接条件に基づき式(1)から決定した。溶接では、電源の設定値あるいは表示値として得られる電流および電圧と、溶接速度から算出されるエネルギーが鋼板に全て投与される訳ではなく、スパッタや熱放射等によるエネルギー損失が生じる。このエネルギー損失を考慮して鋼板に与える入熱量を調整するための係数として、熱効率が使用される。アーク溶接の熱効率は60%~90%であることが知られているが[3]、溶接電源の特性、溶接環境等、制御しにくい条件にも影響されるものである[18]。そのため、熱弾塑性解析による溶接のシミュレーションでは、実験で得られた温度履歴を再現できるよう、熱効率を調整して決定する方法が採用される。本研究においても、実験で得られた温度履歴を良く再現できるように解析を試行し、ソリッドモデルの熱効率を板厚9mm, 12mmそれぞれの場合で70%, 65%として決定した。

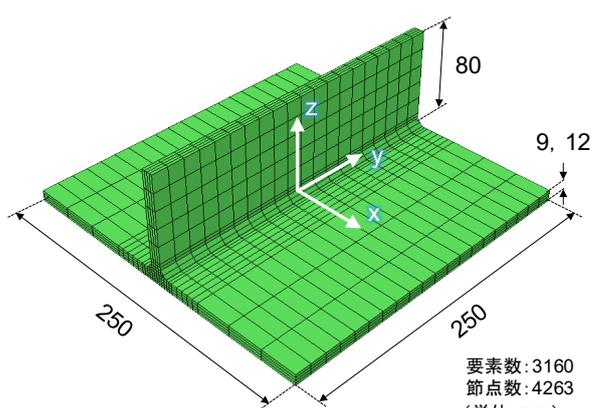
$$Q = \frac{\eta EI}{v} \quad (1)$$

ここに、
 Q : 入熱量 (J/mm)
 η : 熱効率 (=0.7, 0.65)
 E : 溶接電圧 (V)
 I : 溶接電流 (A)
 v : 溶接速度 (mm/s)

4. シェル要素によるシミュレーションモデル

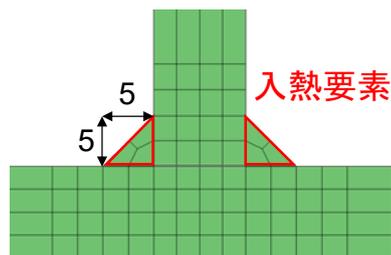
4.1 解析モデルの形状およびメッシュ分割

シェル要素を用いて、実験供試体を再現したモデル (シェルモデル) の概形を図7に示す。シェルモ

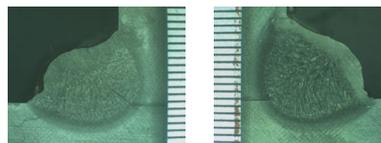


(a) モデル全体図

要素数: 3160
節点数: 4263
(単位: mm)



(b) モデル断面図



(c) 溶接断面マクロ写真 (9mm)

図3 ソリッドモデル

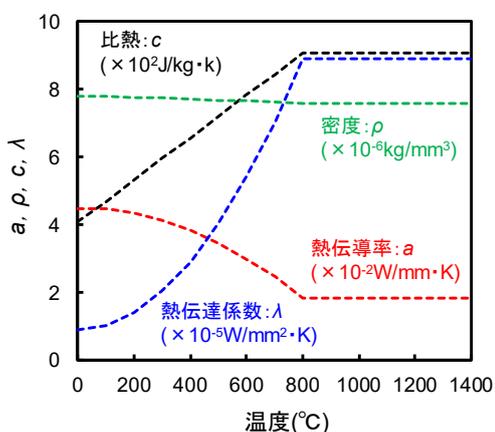


図4 物理定数

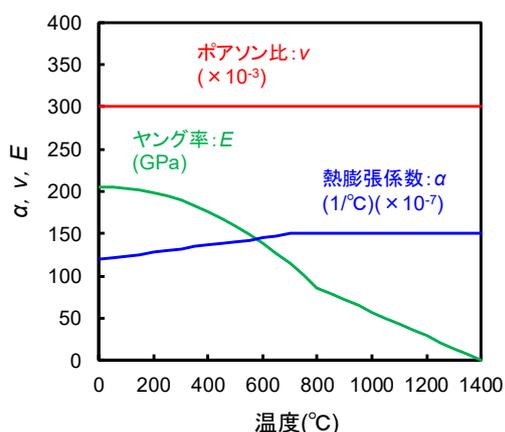


図5 機械的性質

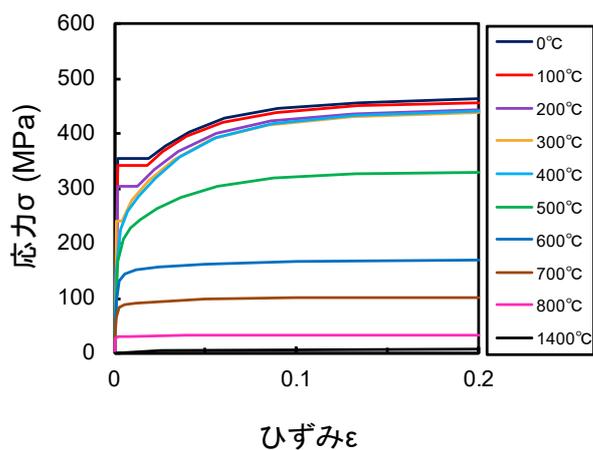


図6 応力-ひずみ関係

モデルでは、4 節点シェル要素を用いることにより、ソリッド要素と比較して厚さ方向の節点数および要素数が削減されることで計算の効率化が見込まれる。

この効果を確認できるよう、シェルモデルの面内方向の要素分割数はソリッドモデルの面内方向の要素分割数とほぼ等しくなるよう決定した。シェルモデ

ルを構成する節点数および要素数は図7に示すとおりである。図3に示したソリッドモデルの節点数および要素数と比較すると、節点数はおよそ5分の1、要素数はおよそ4分の1に削減できていることが分かる。板厚9mm、12mmのいずれの場合も、シェル要素の厚さ方向の積分点数は5点とした。厚さ方向の積分方法はSimpson則を適用した。

4.2 材料定数および境界条件

物理定数および機械的性質はソリッドモデルと同じものを使用した。境界条件もソリッドモデルと同様であり、力学的境界条件としてモデルの剛体変位のみ拘束し、熱的境界条件として表面からの空気中への熱伝達、底面から鋼台への熱伝達を考慮した。

4.3 入熱条件

シェルモデルにおいて、すみ肉溶接の余盛形状と入熱分布を考慮するための方法を検討した。図8に示すように補剛材の板厚中心をメッシュオフセットの参照面として、シェル要素で設定できる仮想の厚さを段階的に変更することで余盛部の概形を再現した。鋼板では参照面を溶接側表面とした。また、補剛材において溶接金属が接する部分では、厚さ方向の積分点の数を上層部では7点、下層部では9点とすることで、溶接金属に対応する積分点に集中熱流

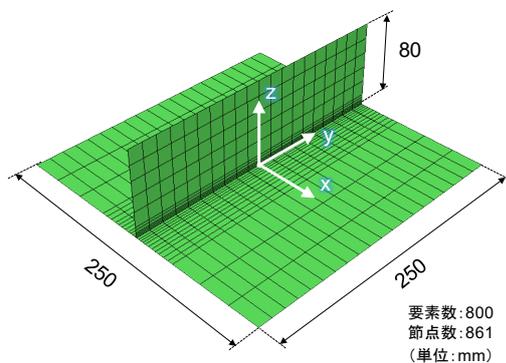


図7 シェルモデル全体図

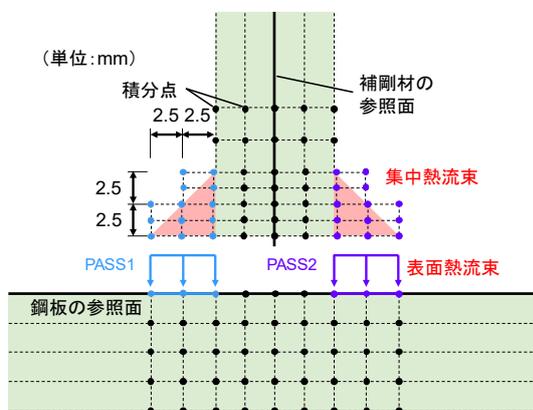


図8 シェルモデル入熱領域

束としての入熱を可能にした。ここで注意したいのは、補剛材-鋼板間の熱伝導は鋼板中央で結合された節点を介していることである。そのため、仮想の溶接金属から下部の鋼板要素に直接熱が伝わることはない。そこで、溶接金属から鋼板への入熱を再現するために、実験における溶接金属接触面に対応する要素表面に表面熱流束として入熱を与えた。入熱領域は図8に示す節点および要素表面である。なお、溶接熱源の移動を考慮し、入熱領域が溶接方向に進行する様子を再現しているが、入熱要素の逐次生成は考慮していない。

溶接金属と補剛材、鋼板との接触表面積は等しいことから、式(1)から算出した値を集中熱流束と表面熱流束の値として均等に配分した。熱効率は温度履歴を良く再現できるように解析を試行し、最終的に板厚9mm、12mmそれぞれの場合で75%、70%とした。

5. 実験および解析結果

5.1 温度履歴

実験ならびにソリッドモデルおよびシェルモデルによる解析で得られた温度履歴を図9および図10に示す。

実験については、板厚9mm、12mmのいずれの場合も供試体3体の温度履歴の傾向がほぼ同様であったため、代表の1体の結果を示している。PASS1に比べ、PASS2の方が最高到達温度は高くなった。板厚9mmの場合、PASS1の溶接線に最も近い $x = -24.5$ (mm)の位置の最高温度が約 180°C であり、PASS2の溶接線に最も近い $x = 24.5$ (mm)の位置の最高温度が約 193°C であった。板厚12mmの場合、PASS1の溶接線に最も近い $x = -26$ (mm)の位置の最高温度が約 187°C であり、PASS2の溶接線に最も近い $x = 26$ (mm)の位置の最高温度が約 206°C であった。

ソリッドモデルを用いた解析による温度履歴(図9)は、板厚9mm、12mmともに実験結果と概ね一致していた。シェルモデルを用いた解析による温度履歴(図10)は鋼板表面側の節点で出力した。ソリッドモデルと同様、板厚9mm、12mmともにシェルモデルによる解析結果は実験結果と概ね一致していた。

5.2 角変形

角変形の測定結果ならびにソリッドモデルおよびシェルモデルによる解析で得られた角変形を図11に示す。

実験では、板厚9mm、12mmのいずれの場合も角変形を溶接線直交方向に6つの断面で計測したが、3体の供試体、各断面でほとんど結果に差異が見ら

れなかった. そのため, 供試体 1 体の $y = \pm 25$ (mm) の断面での測定結果を平均して代表的な角変形とした. 角変形は V 字形の傾向を示し, $x = 0$ (mm) 付近で最大となった. $x = 0$ (mm) における角変形は板厚 9 mm の供試体で約 2.4 mm, 板厚 12 mm の供試体で約 2.0 mm であった. 曲げ剛性の大きい板厚 12 mm の供試体の方が, 板厚 9 mm の供試体に比べ角変形が約 17% 小さかった.

ソリッドモデルおよびシェルモデルによる解析結果においても, 実験結果と同様に溶接線直交方向のいずれの断面でもほとんど差異がなかった. そのため, 実験において $y = \pm 25$ (mm) の断面で平均した結果と, ソリッドモデルおよびシェルモデルにおける $y = 0$ (mm) の断面での結果を比較した. 角変形の大きさについて, 板厚 9 mm の場合, 実験では約 2.4 mm, ソリッドモデルによる解析では約 2.8 mm, シェルモデルによる解析では約 3.0 mm であった. 板厚 12 mm の場合, 実験では約 2.0 mm, ソリッドモデルによる解析では約 2.4 mm, シェルモデルによる

解析では約 2.4 mm であった.

シェルモデルでは温度履歴を実験結果と合わせるため, 熱効率をソリッドモデルよりも高く設定している. そのため, 鋼板の厚さ方向の温度差がソリッドモデルよりも大きくなり, 変形量が大きくなったと考えられる. また, ソリッドモデルではすみ肉溶接の溶接金属により鋼板と補剛材が接合されているのに対し, シェルモデルでは鋼板上表面の中央と補剛材の板厚中央部分のみが接合されている. 両モデルの断面の剛性の違いも, 変形量に差が生じた要因と考えられる.

5.3 残留応力

残留応力の測定結果ならびにソリッドモデルおよびシェルモデルによる解析で得られた残留応力を図 12 に示す.

実験については, 各板厚 3 体の供試体の測定結果の平均値および標準偏差を示している. 補剛材を溶接していない面ではあるが, 幅方向中央の補剛材直下には高い引張応力が生じていた. 板厚 9 mm の供

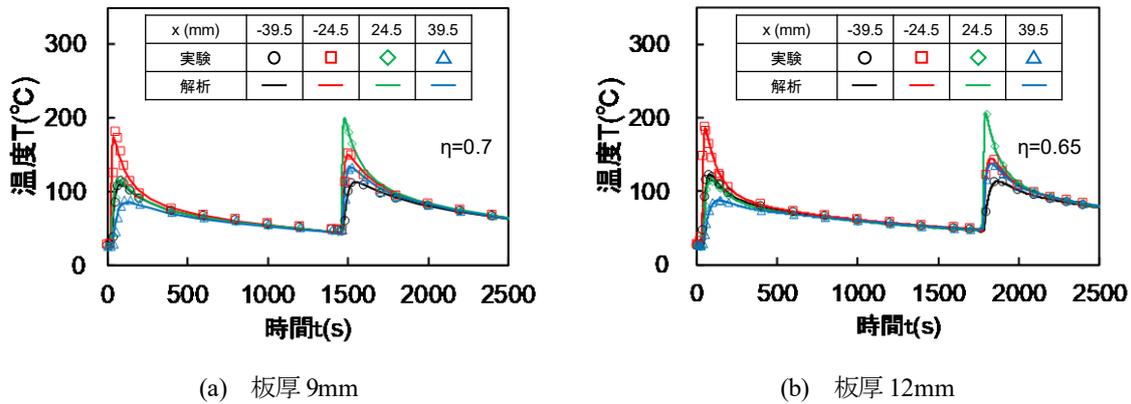


図 9 ソリッドモデル温度履歴

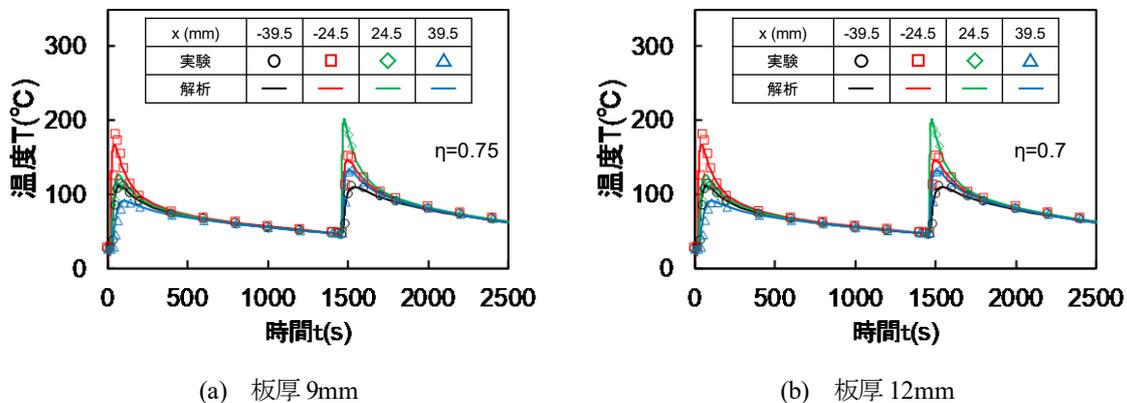
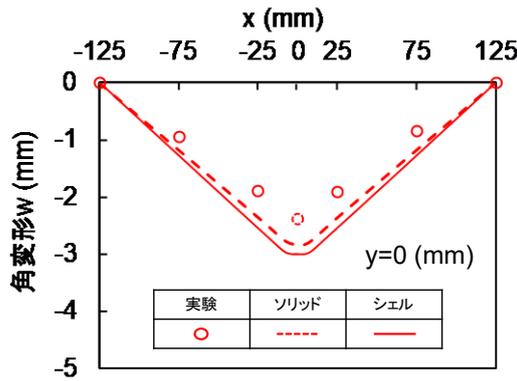
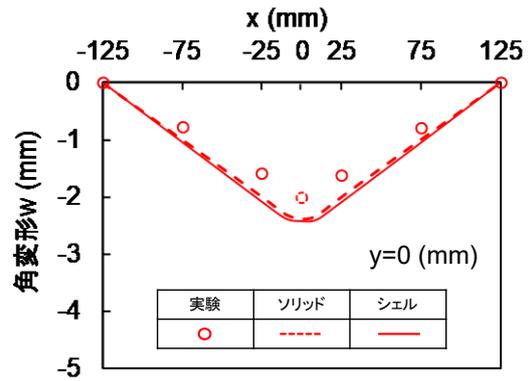


図 10 シェルモデル温度履歴

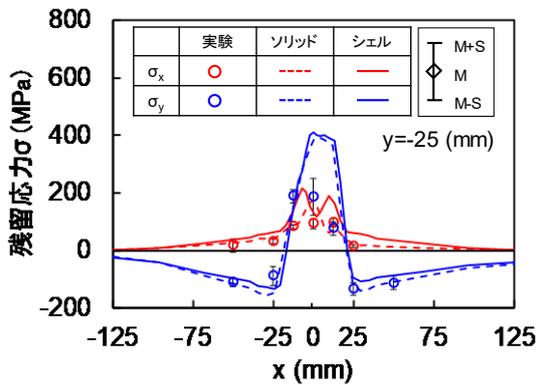


(a) 板厚 9mm

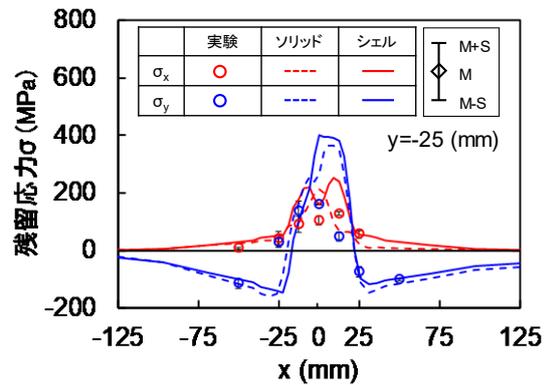


(b) 板厚 12mm

図 11 角変形



(a) 板厚 9mm



(b) 板厚 12mm

図 12 残留応力

試体では溶接線直交 (x) 方向に約 93 N/mm², 溶接線 (y) 方向に約 186 N/mm² の引張応力が生じていた. 溶接線直交 (x) 方向の応力は, 幅方向中央から離れるにつれ引張応力が小さくなった. 溶接線 (y) 方向の応力については, 幅方向中央の引張応力に釣り合うように, 幅方向中央から 25 mm 以上離れた領域に約 132 N/mm² の圧縮応力が生じていた.

板厚 12 mm の供試体においても残留応力の傾向は同様であり, 幅方向中央では溶接線直交 (x) 方向に約 105 N/mm² の引張応力が生じていた. 溶接線 (y) 方向については, 幅方向中央に約 161 N/mm² の引張応力, 幅方向中央から 25 mm 以上離れた領域に約 114 N/mm² の圧縮応力が生じていた.

ソリッドモデルおよびシェルモデルともに, 各板厚について溶接線 (y) 方向の応力成分 σ_y , 溶接線直交 (x) 方向の応力成分 σ_x のいずれも, 解析による残留応力分布は実験結果の傾向を再現している. 溶接線 (y) 方向の応力成分 σ_y は, 補剛材直下 ($x=0$ (mm)) において実験結果のばらつきが大きく, 解析結果との乖離が大きい. 補剛材の溶接線近傍は狭い範囲で

応力が急峻に変化する領域であり, 測定位置が僅かにずれることでも応力値が大きく変動する. また, 板厚 9 mm の場合, 表面 (補剛材接合面) のすみ肉溶接による熱影響が裏面にも及んでおり, 組織の変状などが応力測定結果の精度に影響しているものと考えられる.

ソリッドモデルとシェルモデルの残留応力分布を詳細に比較すると, 全体の傾向や引張および圧縮の範囲は概ね一致しているが, 溶接部近傍でやや差が大きくなった. これは, 鋼板と補剛材の結合部のモデリングの違いによる影響の可能性が考えられる. ソリッドモデルでは鋼板と補剛材の間にギャップがあり, 溶接ビードによって結合されている. 一方で, シェルモデルにはギャップがなく, 完全に結合されている. そのため鋼板の変形に対する拘束の度合いが異なり, 応力の差が発生したと考えられる.

5.4 シェル要素の適用による計算時間の短縮効果

同一のコンピュータ (CPU3.50 GHz, コア数 6) を用いてソリッドモデルおよびシェルモデルによる解析を実施し, 計算時間を比較した. 板厚 9 mm の場

合,ソリッドモデルの計算時間は6285秒(約105分),シェルモデルの計算時間は797秒(約13分)であった。板厚12mmの場合,ソリッドモデルの計算時間は8422秒(約140分),シェルモデルの計算時間は766秒(約13分)であった。

シェルモデルの計算時間はソリッドモデルを用いた場合の約13%,9%であり,解析時間の大幅な短縮を実現することができた。

6. まとめ

有限要素法による熱弾塑性解析において,シェル要素を用いてT形継手のすみ肉溶接で生じる変形および残留応力を予測する方法を提案するため,一連の実験および解析を実施した。得られた主な知見を以下に示す。

- (1) シェル要素を用いた熱弾塑性解析によるすみ肉溶接シミュレーションにおいて,溶接金属が存在する部分の仮定の板厚を段階的に変更することで余盛部の概形を再現し,集中熱流束および表面熱流束として入熱を与える方法を提案した。
- (2) 板厚9mmおよび12mmのT形継手のすみ肉溶接実験を実施し,既往のソリッド要素を用いた場合(ソリッドモデル)と提案したシェル要素を用いた解析手法(シェルモデル)により実験をシミュレーションした。ソリッドモデル,シェルモデルともに,実験で得られた温度履歴,角変形,残留応力を精度良く再現することができた。
- (3) シェルモデルの計算時間はソリッドモデルを用いた場合の約13%,9%であり,解析時間の大幅な短縮を実現することができた。

本研究では基本的,限定的な条件でのT形継手のすみ肉溶接を取り扱ったが,小型の継手供試体だけでなく,実構造物の寸法を想定したモデルでの精度および計算時間短縮効果の検証が必要である。また,シェル要素を用いた溶接シミュレーションから,圧縮挙動解析を連続して行い,初期不整を正確に考慮した高精度な耐荷性能評価を実現することを今後の課題とする。

参考文献

- [1] 小松定夫,北田俊行,宮崎清司:残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析,土木学会論文報告集,第244号,pp.1-14,1975.12
- [2] 小松定夫,北田俊行:初期不整を有する圧縮板

の極限強度特性に関する研究,土木学会論文報告集,第270号,pp.1-14,1978.2

- [3] 溶接学会:溶接・接合便覧 第2版,丸善,2003.2
- [4] 日本鋼構造協会:鋼構造物の疲労設計指針・同解説 2012年版,技報堂,2012.6
- [5] 土木学会:座屈設計ガイドライン 改訂第2版 [2005年版],丸善,2005.10
- [6] 上田幸雄,山川武人:有限要素法による熱弾塑性挙動の解析,溶接学会誌,第42巻,第6号,pp.567-577,1973.6
- [7] 金 裕哲:大型構造物の数値シミュレーションによる溶接変形・残留応力の予測,溶接学会誌,第80巻,第2号,pp.148-152,2011.3
- [8] 村川英一,尾田 勇,伊藤真介,芹澤 久,柴原正和,西川弘泰:反復サブストラクチャー法を用いた溶接熱弾塑性解析の高速化,関西造船協会論文集,2005巻,243号,pp.67-70,2005.3
- [9] 中長啓治:大温度増分・増分反復全ひずみ法の解析理論—高速熱弾塑性解析法の開発(第1報)—,溶接学会論文集,第24巻,第4号,pp.299-305,2006.9
- [10] 柴原正和,生島一樹,伊藤真介,正岡孝治:動的陽解放 FEM を基にした大規模構造のための溶接過渡変形,応力解析手法の提案,溶接学会論文集,第29巻,第1号,pp.1-9,2011.1
- [11] 川西直樹,後藤芳顕:鋼構造物の有限要素法解析における残留応力と初期たわみの導入方法について,構造工学論文集,Vol.45A,pp.137-148,1999.3
- [12] 朴度炫,廣畑幹人,金裕哲:鋼構造部材の弾塑性挙動に及ぼす3次元溶接残留応力の影響,鋼構造年次論文報告集,第18巻,pp.151-158,2010.11
- [13] Hirohata Mikihito, Itoh Yoshito: High Effective FE Simulation Methods for Deformation and Residual Stress by Butt Welding of Thin Steel Plates, Engineering, Vol.6, No.9, pp.507-515, 2014.8
- [14] Hirohata Mikihito, Itoh Yoshito: A simplified FE simulation method with shell element for welding deformation and residual stress generated by multi-pass butt welding, International Journal of Steel Structure, Vol.16, Issue 1, pp.51-58, 2016.3
- [15] 野澤修平,廣畑幹人:有限要素法による溶接変形・残留応力の簡易解析に関する検討,鋼構造年次論文報告集,第28巻,pp.129-136,2020.11
- [16] 金 裕哲,李 在翼,猪瀬幸太郎:すみ肉溶接で生じる面外変形の高精度予測,溶接学会論文集,第23巻,第3号,pp.431-435,2005.8

- [17] 中川弘文, 鈴木弘之: 鋼梁の崩壊温度, 鋼構造論文集, 第6巻, 第22号, pp.57-65, 1999.6
- [18] 岡野成威, 田中 学, 望月正人: 溶接アークの熱源特性を考慮した溶接変形の数値解析, 溶接学会論文集, 第29巻, 第2号, pp.77-85, 2011.5
- [19] 猪瀬幸太郎, 廣畑幹人, 中西保正, 金 裕哲: レーザを用いて製作した無補剛溶接構造部材の終局強度, 構造工学論文集, Vol.54A, pp.50-57, 2008.3
- [20] 太田省三郎, 妹島五彦: 溶接構造物の設計と基準, 産報出版株式会社, 1978.12